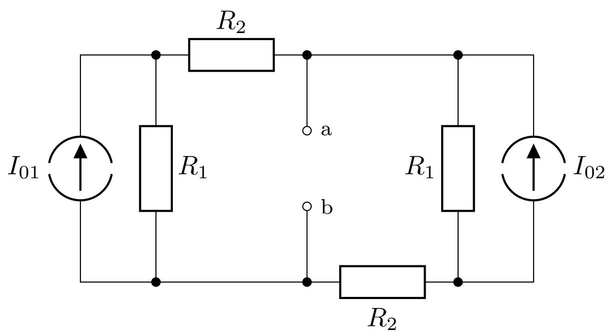
- **Aufgabe 1** **(6 Punkte)**

Gegeben ist nachfolgendes Netzwerk mit dem Widerständen R_1 und R_2 und den Stromquellen $I_{01} = I_{02} = I_0$, sowie den Klemmen a und b.



a) Bestimmen Sie den Innenwiderstand R_i zwischen den Klemmen a und b.

b) Berechnen Sie den Kurzschlussstrom I_K.

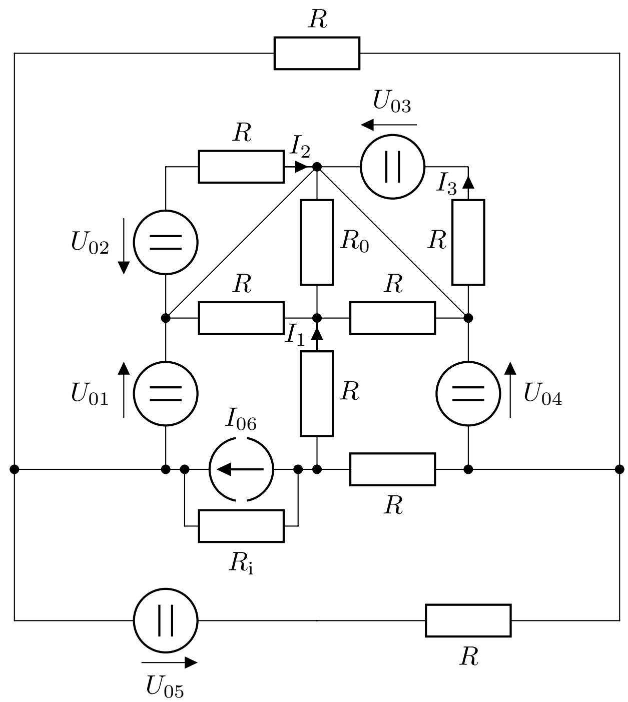
c) Berechnen Sie die Leerlaufspannung U_L.

d) Skizzieren Sie die Ersatzstromquelle für den Fall, dass die Schaltung an den Klemmen a und b mit dem Ohmschen Widerstand R_Last belastet wird.

e) Die Spannung über dem Lastwiderstand R_Last beträgt $U_\text{Last} = 10\,\text{V}$, der Strom I_0 beträgt $20\,\text{mA}$ und es gilt $2R_1 = R_2$. Wie groß sind die Widerstände R_1 und R_2 bei Leistungsanpassung?

- **Aufgabe 2** **(10 Punkte)**

Das nachfolgende Netzwerk mit den Ohmschen Widerständen $R = R_i$ und $R_0 = 0$, den Spannungsquellen U_{01}, U_{02}, U_{03}, U_{04}, U_{05} und der Stromquelle I_{06} ist mit Hilfe des Maschenstromverfahrens zu analysieren.



a) Geben Sie zunächst einen formelmäßigen Zusammenhang für die Ströme I_2 und I_3 an.

b) Wandeln Sie die Stromquelle I_{06} mit ihrem Innenwiderstand R_i in eine geeignete Spannungsquelle mit der Quellenspannung U_{06} um. Geben Sie den Wert und die Pfeilrichtung von U_{06} an. Vereinfachen Sie das Netzwerk geeignet (beachten Sie dabei den Widerstand $R_0 = 0$).

c) Skizzieren Sie für das Netzwerk einen zusammenhängenden Graphen und kennzeichnen Sie darin einen vollständigen Baum.

d) Berechnen Sie mit Hilfe von Aufgabenteil c) die Anzahl der unabhängigen Maschen formelmäßig. Definieren Sie für jede der Maschen einen Maschenstrom $\mathring{I}_1, \mathring{I}_2, \ldots$ mit eindeutiger Pfeilrichtung.

e) Stellen Sie das Gleichungssystem zur Berechnung der Maschenströme auf.

f) Geben Sie den Strom I_1 in Abhängigkeit Ihrer definierten Maschenströme $\mathring{I}_1, \mathring{I}_2, \ldots$ und der gegebenen Größen an.

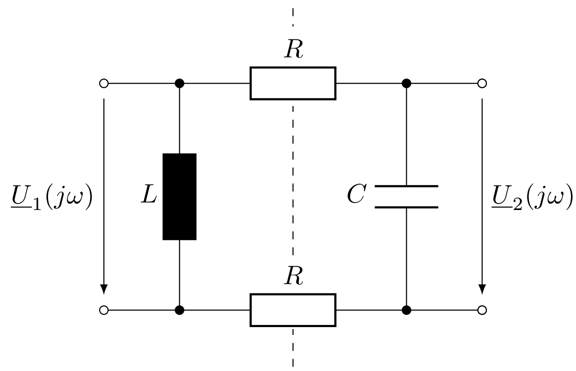
Gehen Sie im Folgenden davon aus, dass folgendes Gleichungssystem gegeben sei:

$$\begin{pmatrix} R_1 + R_2 + R_3 & -R_1 \\ -R_1 & R_1 + R_4 + R_5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathring{I}_1 \\ \mathring{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{03} \\ (I_{01} + I_{02})R_i - U_{03} \end{pmatrix} \tag{1}$$

g) Lösen Sie das Gleichungssystem nach $\mathring{I}_1$ und $\mathring{I}_2$ auf und berechnen sie die Werte zahlenmäßig. Es gilt $R_1 = R$, $R_2 = 2R$, $R_3 = 3R$, $R_4 = 4R$, $R_5 = 5R$ und $R_i = R$ mit $R = 1\,\mathrm{k\Omega}$ sowie $I_{01} = I_{02} = 50\,\mathrm{mA}$ und $U_{03} = 10\,\mathrm{V}$.

- **Aufgabe 3** **(9 Punkte)**

Gegeben ist der nachfolgende Vierpol mit der Eingangsspannung $\underline{U}_1(j\omega)$, der Ausgangsspannung $\underline{U}_2(j\omega)$, der Kapazität C, der Induktivität L sowie den Ohmschen Widerständen R.



a) Berechnen Sie den Frequenzgang $\underline{H}(j\omega) = \dfrac{\underline{U}_2(j\omega)}{\underline{U}_1(j\omega)}$ des Vierpols.

b) Geben Sie den Betrag $|\underline{H}(j\omega)|$ und die Phase $\varphi(j\omega)$ des Frequenzgangs an.

c) Berechnen Sie die Werte des Betrags und der Phase für $\omega = 0$ und $\omega \to \infty$. Welches Übertragungsverhalten hat der Vierpol?

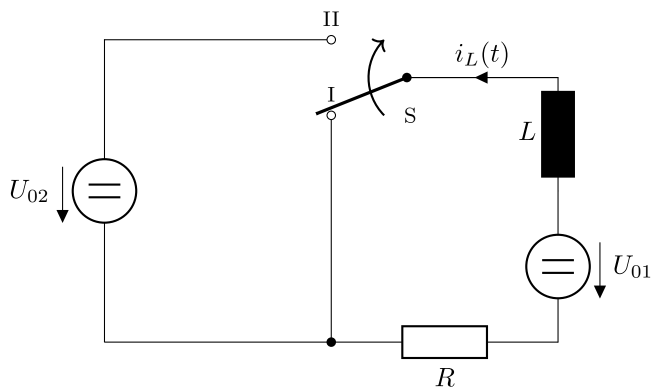
d) Für die Grenzfrequenz ω_g gilt $|\underline{H}(j\omega_g)| = \dfrac{H_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$. Wie groß ist ω_g in Abhängigkeit der gegebenen Größen? Welchen Wert hat der Phasengang des Vierpols bei der Frequenz ω_g?

e) Skizzieren Sie den Betrags– und Phasengang unter Angabe charakteristischer Werte. Achten Sie dabei auf eine vollständige Achsenbeschriftung.

f) Geben Sie die Werte des Betrags $|\underline{H}'(j\omega)|$ für $\omega = 0$ und $\omega \to \infty$ an, wenn der Vierpol an seiner vertikalen Achse (gestrichelte Linie) gespiegelt wird (d.h. Ein- und Ausgangsspannung sind vertauscht).

- **Aufgabe 4** **(9 Punkte)**

Gegeben ist ein Netzwerk mit dem Schalter S, dem Ohmschen Widerstand R, der Induktivität L und den Gleichspannungsquellen U_{01} und U_{02}. Für Zeiten $t < 0$ ist Schalter S in Stellung I. Die Schaltung befindet sich im eingeschwungenen Zustand.



Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Schalter S in Stellung II gebracht:

a) Bestimmen Sie den Wert des Stroms $i_L(t)$ an der Spule zu den Zeitpunkten $t = 0-$ und $t = 0+$ (Anfangsbedingung).

b) Zeichnen Sie das vollständige LAPLACE-Ersatzschaltbild der Schaltung mit allen relevanten Größen für Zeiten $t \geq 0$ (Schalter S in Stellung II).

c) Berechnen Sie die LAPLACE-Transformierte $\underline{I}_L(s)$ des Stroms $i_L(t)$ für Zeiten $t \geq 0$ und vereinfachen Sie auf geeignete Weise.

d) Geben Sie $i_L(t)$ als inverse LAPLACE-Transformierte von $\underline{I}_L(s)$ unter Nutzung der Korrespondenztabelle für die LAPLACE-Transformation an.

Die Quellenspannungen $U_{01} = 5\,\mathrm{V}$ und $U_{02} = 12\,\mathrm{V}$, die Induktivität $L = 9.276\,\mathrm{H}$, sowie der Widerstand $R = 500\,\Omega$ sind gegeben.

e) Zu welchem Zeitpunkt t_0 ist der Strom in der Spule $i_L(t_0) = 0$?

f) Skizzieren die den Verlauf des Stroms $i_L(t)$ in Abhängigkeit von der Zeit. Kennzeichnen Sie charakteristische Werte.

Zeitbereich ($t \geq 0$) ○—● Bildbereich	
$\delta(t) \cdot \mathrm{sec}^{-1}$ (Dirac-Stoß)	1
1 (Sprung)	$\frac{1}{s}$
t^n	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
e^{-ct}	$\frac{1}{s+c}$
$\frac{1}{(n-1)!} t^{n-1} e^{-ct}$	$\frac{1}{(s+c)^n}$
$1 - e^{-ct}$	$\frac{c}{s(s+c)}$
$\frac{1}{c_2 - c_1}(e^{-c_1 t} - e^{-c_2 t})$	$\frac{1}{(s+c_1)(s+c_2)}$
$\frac{1}{c_2 - c_1}(-c_1 e^{-c_1 t} + c_2 e^{-c_2 t})$	$\frac{s}{(s+c_1)(s+c_2)}$

Eigenschaft	Zeitbereich ○—● Bildbereich	
Transformation	$u(t) = \frac{1}{2\pi j} \int\limits_{c-j\infty}^{c+j\infty} \underline{U}(s) e^{st} ds$	$\underline{U}(s) = \int\limits_{0+}^{\infty} u(t) e^{-st} dt$
$u(t)$ rein reell ...	$u(t) = u^*(t)$	$\underline{U}(s) = \underline{U}^*(s^*)$
Zeit-Verschiebung	$u(t - t_0)$	$\underline{U}(s) \cdot e^{-st_0}$
Frequenz-Verschiebung	$u(t) \cdot e^{-ct}$	$\underline{U}(s+c)$
Zeit- & Frequenz-Skalierung	$u(c \cdot t)$	$\frac{1}{\lvert c \rvert} \cdot \underline{U}(\frac{s}{c})$ $c \in \mathbb{R}, c > 0$
Differentiation	$\frac{du(t)}{dt}$	$s\underline{U}(s) - u(0+)$
Integration	$\int\limits_0^t u(\tau) d\tau$	$\frac{1}{s} \mathfrak{L}\{u(t)\} + \frac{u(0+)}{s}$
Überlagerung	$c_1 \cdot u_1(t) + c_2 \cdot u_2(t)$	$c_1 \cdot \underline{U}_1(s) + c_2 \cdot \underline{U}_2(s)$
Faltung	$u(t) * h(t)$	$\underline{U}(s) \cdot \underline{H}(s)$
Anfangswerttheorem	$\lim\limits_{t \to 0+} u(t)$	$\lim\limits_{s \to \infty} s\underline{U}(s)$
Endwerttheorem	$\lim\limits_{t \to \infty} u(t)$	$\lim\limits_{s \to 0} s\underline{U}(s)$